5Ш

УДК 51-75

А.А. Шептура
Государственный университет информатики и искусственного интеллекта,
г. Донецк, Украина
sheptura@i.ua.

Представление доходов страховой компании в функциональных пространствах

В работе рассмотрены вопросы компактного представления показателей страховой деятельности для уменьшения времени принятия решений при оперативном управлении доходами страховой компании. Формализована доходная часть основной деятельности страховой компании в виде множеств, определена структура этих множеств, введена метрика, операции сложения и умножения между элементами множеств, норма.

Введение

Проблемой исследования является разработка интеллектуальных систем принятия решений при оперативном управлении доходами страховой компании. Данная проблема предусматривает компактное представление показателей деятельности страховой компании с определением условий сходимости поисковых процедур.

Анализ литературных источников. Понятия и методы, определяющие процессы принятия решений, а также инструменты их обоснования и поддержки, рассматриваются в [1]. Работа [2] посвящена анализу сложной системы взаимозависимых компонент, с которой сталкивается лицо, принимающее решение, при управлении сложными объектами.

Целью данной работы является компактное представление показателей страховой деятельности, что позволит уменьшить время принятия решений при оперативном управлении доходами страховой компании и определить условия сходимости поисковых процедур.

Постановка задачи. Для достижения поставленной цели необходимо: формализовать доходы страховой компании в виде множеств и определить структуру этих множеств; ввести метрику между элементами; определить операции сложения и умножения, проверить аксиомы линейности пространства; ввести норму.

Основная часть

Основной деятельностью страховой компании является заключение договоров по страхованию объектов различной природы и выполнение обязательств по этим договорам. Характеристиками основной деятельности Q страховой компании являются доходная D, расходная C и рисковая R часть:

$$Q = \{D, C, R\}. \tag{1}$$

Заключение договоров осуществляется в пределах тех видов страхования, на которые страховая компания имеет лицензию. Согласно существующей классификации во множестве видов страхования S выделяют:

1) личное страхование S_1, которое включает в себя:

S_{11} – страхование жизни,

S_{12} – страхование от несчастных случаев и болезней,

S_{13} – медицинское страхование,

S_{14} – пенсионное страхование;

2) имущественное страхование S_2, в состав которого входят:

S_{21} – страхование имущества граждан,

S_{22} – страхование имущества юридических лиц,

S_{23} – страхование транспортных средств,

S_{24} – страхование грузов,

S_{25} – сельскохозяйственное страхование,

S_{26} – страхование коммерческих рисков,

S_{27} – страхование технических рисков,

S_{28} – страхование финансово-кредитных рисков,

S_{29} – страхование политических рисков;

3) страхование ответственности S_3, включающее в себя:

S_{31} – страхование гражданской ответственности владельцев транспортных средств,

S_{32} – страхование гражданской ответственности за причинение вреда третьим лицам,

S_{33} – страхование гражданской ответственности организаций, эксплуатирующих опасные объекты,

S_{34} – страхование гражданской ответственности за неисполнение обязательств по договору.

То есть множество видов страхования представим в виде:

$$S = \bigcup_{i=1}^{3} S_i = \bigcup_{i=1}^{3} \bigcup_{j=1}^{n_i} S_{ij}, \tag{2}$$

где $n_1 = 4,\ n_2 = 9,\ n_3 = 4$.

Совокупность договоров, заключаемых страховой компанией, составляет ее страховой портфель *X*. В соответствии с классификацией видов страхования (2), структура страхового портфеля *X* имеет вид:

$$X = \bigcup_{i=1}^{3} X_i = \bigcup_{i=1}^{3} \bigcup_{j=1}^{n_i} X_{ij}, \tag{3}$$

где X_{ij} − множество договоров, заключенных по S_{ij}-му виду страхования; X_i − множество договоров личного страхования (при $i = 1$), имущественного страхования (при $i = 2$), страхования ответственности (при $i = 3$). Если страховая компания не имеет лицензии по S_{ij}-му виду страхования, то $X_{ij} = \varnothing$.

Каждый договор *x*, принадлежащий одному из множеств X_{ij}, характеризуется: страховой суммой ss_x, тарифом tar_x, сроком страхования ts_x, моментом начала действия договора tn_x, страховой выплатой sv_x, моментом наступления страхового случая tv_x:

$$x = (ss_x, tar_x, ts_x, tn_x, sv_x, tv_x). \tag{4}$$

При анализе доходной части *D* страхового портфеля *X* за определенный период времени $[t_1, t_2]$ учитываются все договора, заключенные в этот промежуток времени:

$$X^{D}_{[t_1,t_2]} = \left\{ x \,\middle|\, tn_x \in [t_1, t_2] \right\}. \tag{5}$$

(Считаем, что начало действия договора tn_x совпадает с моментом оплаты страховой услуги.)

Доходная часть *D* страхового портфеля *X* формируется из доходов по каждому виду страхования:

$$D = \sum_{i=1}^{3} D_i = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{n_i} D_{ij} , \tag{6}$$

где D_i, D_{ij} − доход по совокупности договоров X_i, X_{ij}, соответственно.

Доход D_{ij} по совокупности договоров X_{ij} составляют платежи d_x по договорам $x \in X_{ij}$, которые рассчитываются исходя из страховой суммы ss_x и тарифа tar_x:

$$d_x = ss_x \cdot tar_x . \tag{7}$$

Таким образом при рассмотрении доходной части основной деятельности страховой компании договор *x* вместо (4) может быть представлен в виде:

$$x = (x_1, x_2) = (ss_x, tar_x) . \tag{8}$$

В пределах одного вида S_{ij} заключаются договора по страхованию однотипных объектов, которые характеризуются приблизительно одинаковой стоимостью и/или риском. Для страхования таких объектов в компании разрабатываются типовые договора:

$$x^* = (ss_x^*, tar_x^*) , \tag{9}$$

которые можно рассматривать как предельные точки множества X_{ij}, так как, определяя страховую сумму *ss* и тариф *tar* для страхования подобных объектов, страховщик ориентируется на значения этих показателей в типовом договоре. Обозначим X_{ij}^* − множество предельных точек множества X_{ij}:

$$X_{ij}^* = \left\{ x^* \middle| x^* \in X_{ij} \right\}. \tag{10}$$

Кроме того, каждая страховая компания имеет свою систему скидок. Как правило, новые клиенты и клиенты, получавшие в предыдущем периоде страховые выплаты, относятся к классу с нулевым уровнем скидки (tar_0^*). Клиенты, страхующиеся в компании в течение длительного срока и не подававшие заявления о страховых случаях, имеют наибольшую скидку (tar_n^*). Таким образом, во множестве договоров X_{ij}, заключенных по S_{ij}-ому виду страхования, выделяются последовательности предельных точек (типовых договоров): $x_0^* = (ss^*, tar_0^*)$, $x_1^* = (ss^*, tar_1^*)$, …, $x_n^* = (ss^*, tar_n^*)$, где $tar_0^* > tar_1^* > ... > tar_n^*$. Точной верхней гранью множества типовых договоров X_{ij}^* является:

$$\sup\left(X_{ij}^*\right) = x_0^* . \tag{13}$$

Точной нижней гранью множества X_{ij}^* выступает:

$$\inf\left(X_{ij}^*\right) = x_n^* . \tag{14}$$

Если страхование определенного типа объектов осуществляется впервые, условия договора разрабатываются индивидуально для каждого объекта. Индивидуальные договора

$$x_l' = (ss_l', tar_l'),\ l = \overline{1, n_l} ,$$

где n_l − число индивидуальных договоров, представляют собой изолированные точки множества X_{ij}. В дальнейшем при наличии «положительной» страховой статистики для страхования такого типа объектов разрабатывается типовой договор, и изолированная точка x'_l переходит в предельную $x_k^* \in X_{ij}^*$.

Множество всех предельных точек X_{ij}^* содержится в X_{ij}:

$$X_{ij}^* \subset X_{ij}, \tag{15}$$

следовательно, множество X_{ij} является замкнутым.

Согласно структуре страхового портфеля (3), множество договоров X_{ij} является подмножеством X_i, которое, в свою очередь, содержится в X:

$$X_{ij} \subset X_i \subset X. \tag{16}$$

Тогда, по теореме о предельных точках замкнутых множеств, множество предельных точек X_{ij}^* множества X_{ij} содержится во множестве предельных точек X_i^* множества X_i, которое является подмножеством предельных точек X^* множества X:

$$X_{ij}^* \subset X_i^* \subset X^*. \tag{17}$$

Кроме того, по теореме о предельных точках суммы двух множеств, множество предельных точек страхового портфеля X^* является суммой множеств предельных точек X_{ij}^* по каждому виду страхования:

$$X^* = \sum_{i=1}^{3} X_i^* = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^*. \tag{18}$$

Таким образом, страховой портфель формализован в виде множества *X*, структура которого определяется соотношениями (3), (8) – (18). Согласно [3], множество, в котором тем или иным способом определено понятие предела последовательности, называется пространством. Пространства, элементами которых являются функции или числовые последовательности, называются функциональными пространствами. То есть страховой портфель X является функциональным пространством, а совокупности договоров X_{ij} по каждому виду страхования представляют собой подпространства пространства X.

В связи с представлением портфеля страховой компании в функциональных пространствах введем метрику между элементами. С точки зрения доходной части метрикой в пространстве договоров является разница в страховых платежах, которые получает компания при заключении этих договоров:

$$\rho(x,y) = \left| ss_x \cdot tar_x - ss_y \cdot tar_y \right|, \quad \forall x,y \in X_{ij}, \tag{19}$$

где ss_x – страховая сумма по договору *x*; tar_x – тариф по договору *x;* ss_y, tar_y – соответственно страховая сумма и тариф по договору *y*.

Не трудно проверить, что величина $\rho(x,y)$, определенная формулой (19): удовлетворяет трем аксиомам метрики:

1) $\rho(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$. (20)

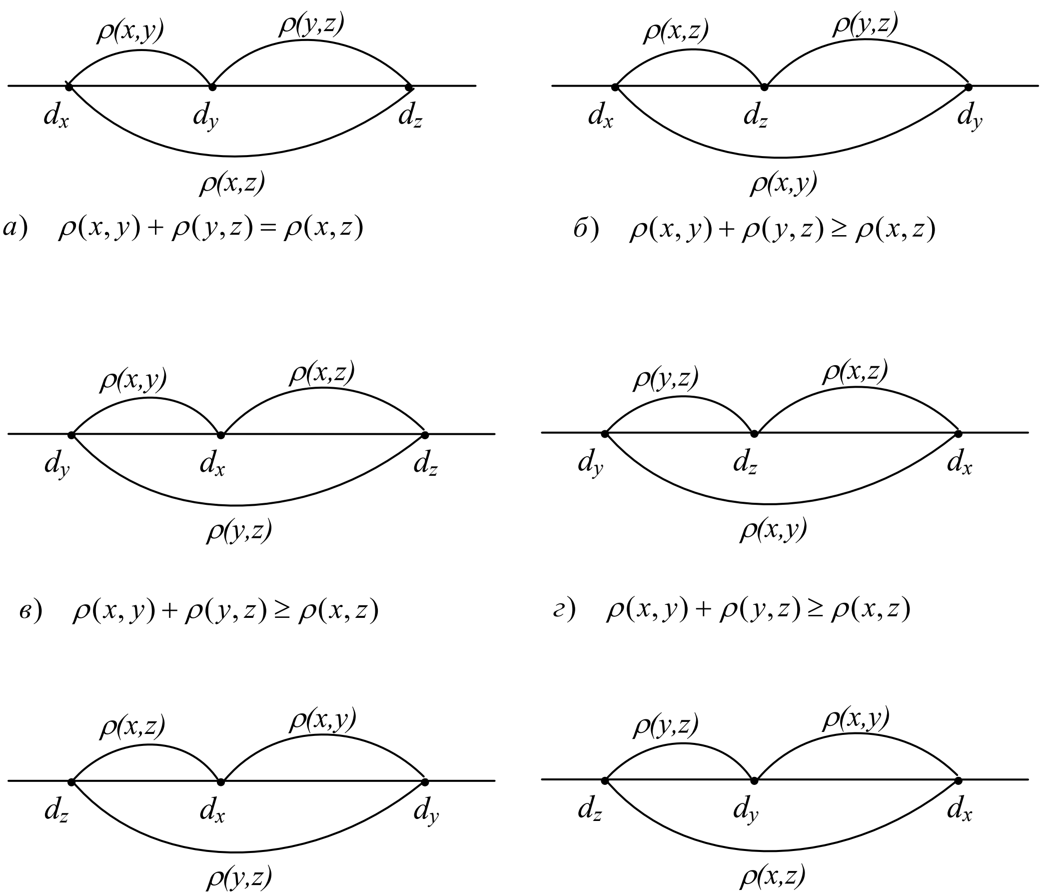
Действительно, если по двум договорам поступает одинаковый страховой платеж, то с точки зрения доходности они равны:

2) $\rho(x,y) = \rho(y,x)$. (21)

Вторая аксиома выполняется, исходя из способа задания метрики (19).

3) $\rho(x,y)+\rho(y,z)\geq\rho(x,z)$. (22)

Так как страховой платеж $d = ss\cdot tar$ можно рассматривать как точку на вещественной прямой, то для трех договоров x, y, z имеем три точки $d_x = ss_x\cdot tar_x$, $d_y = ss_y\cdot tar_y$, $d_z = ss_z\cdot tar_z$, для которых справедливо неравенство треугольников (22), рис. 1.



а) $\rho(x,y)+\rho(y,z)=\rho(x,z)$ *б*) $\rho(x,y)+\rho(y,z)\geq\rho(x,z)$

в) $\rho(x,y)+\rho(y,z)\geq\rho(x,z)$ *г*) $\rho(x,y)+\rho(y,z)\geq\rho(x,z)$

д) $\rho(x,y)+\rho(y,z)\geq\rho(x,z)$ *е*) $\rho(x,y)+\rho(y,z)=\rho(x,z)$

Рисунок 1 – Варианты неравенства треугольников
для определения свойств доходности

Таким образом, X_{ij} является метрическим функциональным пространством. Аналогично (19) определяется метрика и в пространствах договоров X_i, X.

Определение метрики в пространстве договоров позволяет лицу, принимающему решения, количественно определить, насколько лучше или хуже по доходности заключаемый договор по сравнению, например, с типовым договором.

Так как страховой портфель *X* представляет собой совокупность договоров по всем видам страхования, для оценки его доходности введем операцию сложения для элементов метрического функционального пространства X_{ij}. В связи с тем, что совокупная страховая ответственность ss_{x+y} по двум договорам $x, y\in X_{ij}$ равна сумме страховых ответственностей по каждому из договоров:

$$ss_{x+y} = ss_x + ss_y, \quad (23)$$

а совокупный по двум договорам тариф tar_{x+y} равен отношению страхового платежа d_{x+y} к страховой сумме ss_{x+y}, совокупных по этим договорам:

$$tar_{x+y} = \frac{d_{x+y}}{ss_{x+y}} = \frac{ss_x \cdot tar_x + ss_y \cdot tar_y}{ss_x + ss_y}, \tag{24}$$

то операция сложения двух элементов $x, y \in X_{ij}$ определяется следующим образом:

$$x + y = \left(ss_x + ss_y, \frac{ss_x \cdot tar_x + ss_y \cdot tar_y}{ss_x + ss_y} \right). \tag{25}$$

В связи с тем, что для страхового портфеля характерно наличие договоров, совпадающих с типовыми, введем операцию умножения в пространстве договоров X_{ij}. Обобщив операцию сложения (25) на λ одинаковых договоров $x \in X_{ij}$, получим:

$$\lambda \cdot x = (\lambda \cdot ss_x, \frac{\lambda \cdot tar_x}{\sigma}), \tag{26}$$

где $\sigma = \begin{cases} \lambda, \text{ если } \lambda \neq 0; \\ 1, \text{ если } \lambda = 0. \end{cases}$

Случай $\lambda = 0$ соответствует ситуации, когда в страховом портфеле отсутствуют договора, совпадающие с типовым договором. Умножение элементов пространства X_{ij} на $\lambda < 0$ не рассматривается, так как не имеет смысла с физической точки зрения.

Согласно введенным операциям сложения (25) и умножения (26), пространство X_{ij} является линейным, так как удовлетворяет условиям:

1) $x + y = y + x$;
2) $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
4) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$;
5) $\lambda(\mu x) = (\lambda \mu) x$;
6) $1 \cdot x = x$;
7) $\exists \theta = (0;0) \in X_{ij}$: $\theta + x = x$, $0 \cdot x = \theta$.

Аксиомы линейного пространства 1) – 7) выполняются исходя из определения операций сложения (25) и умножения (26) для элементов пространства X_{ij}, а также свойств коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности сложения и умножения вещественных чисел.

При выработке рекомендаций относительно условий страхования возникает необходимость в оценке доходности каждого из договоров. Целесообразным является производить оценку доходности договора по отношению к типовому договору:

$$\|x\| = \frac{ss_x \cdot tar_x}{ss_x^* \cdot tar_x^*}. \tag{27}$$

где ss_x^*, tar_x^* – соответственно страховая сумма и тариф по типовому договору. Если величина $\|x\| < 1$, лицо, принимающее решение, может выдать рекомендацию не заключать такой договор или изменить условия страхования.

Таким образом, каждому договору поставлено в соответствие вещественное число (27), которое удовлетворяет условиям:

1) $\|x\| \geq 0$, так как страховой платеж $ss_x \cdot tar_x$ по заключаемому договору и страховой платеж $ss_x^* \cdot tar_x^*$ по типовому договору не могут быть отрицательными из физических соображений;

2) $\|\lambda x\| = |\lambda| \cdot \|x\|$, так как

$$\|\lambda x\| = \|(\lambda \cdot ss_x; tar_x)\| = \frac{\lambda ss_x \cdot tar_x}{ss_x^* \cdot tar_x^*} = \lambda \frac{ss_x \cdot tar_x}{ss_x^* \cdot tar_x^*} = |\lambda| \cdot \|x\|, \quad \lambda \geq 0;$$

3) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$, так как

$$\|x + y\| = \left\| \left(ss_x + ss_y, \frac{ss_x tar_x + ss_y tar_y}{ss_x + ss_y} \right) \right\| = \frac{ss_x tar_x + ss_y tar_y}{ss^* \cdot tar^*}.$$

$$\|x\| + \|y\| = \frac{ss_x tar_x}{ss^* \cdot tar^*} + \frac{ss_y tar_y}{ss^* \cdot tar^*} = \frac{ss_x tar_x + ss_y tar_y}{ss^* \cdot tar^*}.$$

$$\|x + y\| = \|x\| + \|y\|.$$

То есть величина $\|x\|$ является нормой, а пространство договоров линейным нормированным пространством.

Выводы и перспективы дальнейшего развития исследования

Формализация показателей страховой деятельности в линейных нормированных пространствах дает возможность компактного представления данных, определения условий сходимости поисковых процедур при оперативном управлении доходами страховой компании, уменьшения время принятия решений. Перспективами дальнейшего исследования является представление в функциональных пространствах расходной и рисковой частей основной деятельности страховой компании.

Литература

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений / Ларичев О.И. − М. : Логос, 2000. − 296 с.
2. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Саати Т. − М. : Радио и связь, 1993. − 278 с.
3. Люстерник Л.А. Элементы функционального анализа / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. − М., 1965. − 520 с.

О.О. Шептура
Представлення доходів страхової компанії у функціональних просторах
У роботі розглянуті питання компактного представлення показників страхової діяльності для зменшення часу ухвалення рішень при оперативному управлінні доходами страхової компанії. Прибуткова частина основної діяльності страхової компанії формалізована у вигляді множин, визначена структура цих множин, введена метрика, операції додавання та множення між елементами, норма.

A.A. Sheptura
Presentation of Profits of Insurance Company in Functional Spaces
The question of compact presentation of insurance performance indicators for diminishing of time of making decision at operative receivership insurance company is introduced in the article. Profitable part of basic activity of insurance company is formalized as great numbers, the structure of these great numbers is certain, a birth-certificate, operations of addition and increase, is entered between elements, norm.

Статья поступила в редакцию 19.07.2010.